№ 666.

Вѣстникъ Опытной Физики

и

Элементарной Математики,

издаваемый

В. А. ГЕРНЕТОМЪ

подъ редакціей

Приватъ-доцента В. Ф. КАГАНА.

Второй серіи

VI-го семестра № 6.



ОДЕССА.
Типографія „Техникъ"—Екатерининская, 58.
1916.

Второй серіи VI-го семестра **№ 6.**

Вѣстникъ Опытной Физики

и

Элементарной Математики.



№ 666.

Введеніе въ ученіе объ основаніяхъ геометріи.

Прив.-доц. В. Ф. Кагана.

(*Продолженіе* *).

§ 6. Наименованіе величины.

1. Въ п. 7 § 4-го мы дали опредѣленіе понятія о величинѣ. Согласно этому опредѣленію, комплексъ, составленный изъ тѣхъ или иныхъ элементовъ, претворяется въ величину, если мы устанавливаемъ между его элементами троякаго рода соотношенія, которыя удовлетворяютъ постулатамъ I — VIII; эти соотношенія мы выражаемъ въ словахъ такъ: „A больше B“, „A равно B“, „A меньше B“, при чемъ критеріи сравненія опредѣляютъ, какимъ изъ трехъ соотношеній элементъ A связанъ съ элементомъ B. Однако, одинъ и тотъ же комплексъ можетъ быть часто претворяемъ въ величину при различныхъ критеріяхъ сравненія. Такъ, напримѣръ, комплексъ, состоящій изъ людей, можетъ быть претворенъ въ величину по послѣдовательности моментовъ ихъ рожденія; но онъ можетъ быть претворенъ въ величину также при критеріяхъ сравненія, основанныхъ

*) См. „Вѣстникъ“, № 664 — 665.

на относительномъ положеніи, которое примутъ головы сравниваемыхъ людей, когда мы поставимъ ихъ рядомъ на одной горизонтальной плоскости. Можно, конечно, указать и множество другихъ критеріевъ сравненія для элементовъ того же комплекса. Ясно, что при такихъ условіяхъ выраженіе „A больше B“ будетъ имѣть опредѣленное содержаніе только тогда, когда будутъ указаны тѣ критеріи сравненія, къ которымъ слово „больше“ относится. Поэтому по смыслу опредѣленія, содержащагося въ п. 7 § 4-го, мы должны были бы говорить, напримѣръ, такъ: „A больше B при критеріяхъ сравненія, основанныхъ на послѣдовательности моментовъ рожденія“ и т. п. Для сокращенія рѣчи, однако, языкъ выработалъ иную форму выраженія той же мысли. Именно, онъ вводитъ новые термины: „возрастъ“, „ростъ“ и т. п., и вмѣсто того, чтобы говорить: „A больше B при критеріяхъ сравненія, основанныхъ на послѣдовательности моментовъ рожденія“, говоритъ короче: „возрастъ лица A больше возраста лица B“, такъ что вторая фраза есть лишь сокращенное выраженіе первой. Точно такъ же говорятъ: „ростъ лица A больше роста лица B“ вмѣсто того, чтобы сказать: „A больше B при критеріяхъ сравненія, основанныхъ на положеніи головы и т. д.“.

Нужно ясно понимать, что нѣтъ возраста, нѣтъ роста, есть лишь люди, которыхъ мы сопоставляемъ при различныхъ критеріяхъ сравненія; какъ нѣтъ доброты, нѣтъ ума, нѣтъ старшинства — есть только лишь люди и различныя ихъ свойства, которыя служатъ для насъ критеріями сравненія.

2. Еще въ глубокой древности было хорошо извѣстно, что звукъ, издаваемый струной, мѣняется двояко: въ зависимости отъ напряженія струны и отъ размаха вызваннаго въ струнѣ колебанія; ухо всегда улавливало различіе въ измѣненіи звука въ зависимости отъ измѣненія того или иного фактора. Измѣненія каждаго фактора позволяли претворить комплексъ звуковъ въ величину, такъ какъ въ одномъ и въ другомъ случаѣ мы имѣемъ критеріи, удовлетворяющіе постулатамъ сравненія. Сообразно этому и были созданы два понятія: „высота звука“ и „сила звука“. Вмѣсто того, чтобы говорить: „звукъ больше при критеріяхъ сравненія, опредѣляемыхъ натяженіемъ струны“, мы говоримъ: „звукъ имѣетъ большую высоту“, „звукъ выше“; аналогично этому мы говоримъ: „звукъ сильнѣе“, „звукъ имѣетъ бо́льшую силу“ вмѣсто того, чтобы говорить: „звукъ больше при критеріяхъ сравненія, опредѣляемыхъ амплитудой колебанія“.

Нѣтъ силы звука, нѣтъ высоты звука; есть только звуки, которые мы сравниваемъ между собою по различнымъ критеріямъ, и эти критеріи мы отмѣчаемъ терминами „высота“ и „сила“ звука.

Въ связи съ этимъ вмѣсто того, чтобы говорить, что совокупность звуковъ представляетъ собой одного рода величину при первыхъ критеріяхъ сравненія и другого рода величину при вторыхъ критеріяхъ, говорятъ, что въ первомъ случаѣ величину составляетъ в ы с о т а звука, а во второмъ — с и л а звука. Величиной, такимъ образомъ, признается какъ бы не самый комплексъ элементовъ, а новое понятіе, введенное для различенія критеріевъ сравненія. Можно сказать

что вновь введенный терминъ становится наименованіемъ величины соотвѣтственно тѣмъ критеріямъ сравненія, къ которымъ онъ отнесенъ.

Совершенно такое же значеніе имѣютъ понятія: объемъ, вѣсъ, температура, электрическое напряженіе и т. д. Нѣтъ объема, вѣса, температуры и т. д.; есть лишь физическія тѣла, которыя различно себя проявляютъ въ различныхъ условіяхъ; и эти различныя проявленія позволяютъ намъ установить различные критеріи сравненія, при помощи которыхъ комплексъ физическихъ тѣлъ (всѣхъ или нѣкоторыхъ) можетъ быть претворенъ въ величину; на одинъ и тотъ же комплексъ, различнымъ образомъ претворенный въ величину, мы смотримъ, какъ на различныя величины, которымъ мы даемъ различныя наименованія; такимъ образомъ возникаютъ понятія „объемъ", „вѣсъ", „температура", „электрическое напряженіе" и т. п.

3. Правильны ли изложенные взгляды съ гносеологической стороны или нѣтъ, это вопросъ, конечно, спорный. Но одно сомнѣнію не подлежитъ: для математика величина вполнѣ опредѣлена, когда указанъ комплексъ элементовъ и критеріи сравненія. Мы постараемся выяснить это на рядѣ примѣровъ.

4. Евклидъ претворяетъ совокупность отношеній элементовъ одной и той же величины (напримѣръ, угловъ, отрѣзковъ и т. д.) вновь въ величину. Это значитъ, что каждая пара, скажемъ, отрѣзковъ разсматривается, какъ элементъ нѣкотораго комплекса, и этотъ комплексъ претворяется въ величину, который именуется „отношеніемъ отрѣзковъ". Для Евклида отношеніе не есть число; это есть величина, которую онъ опредѣляетъ критеріями сравненія. Ниже это будетъ выяснено со всѣми необходимыми подробностями.

5. Разсмотримъ комплексъ, составленный изъ всѣхъ плоскихъ прямолинейныхъ фигуръ (многоугольниковъ). Будемъ говорить что многоугольникъ A стоитъ къ многоугольнику B въ отношеніи α, или что онъ равновеликъ многоугольнику B, если онъ можетъ быть разрѣзанъ на конечное число такихъ частей, что изъ послѣднихъ, располагая ихъ въ надлежащемъ порядкѣ, можно составить многоугольникъ B (въ частности, слѣдовательно, если многоугольникъ A конгрузнтенъ многоугольнику B). Будемъ говорить, что многоугольникъ A стоитъ къ многоугольнику B въ отношеніи β, если онъ можетъ цѣликомъ помѣститься внутри послѣдняго, или если какой-либо многоугольникъ A', равновеликій первому, помѣщается цѣликомъ внутри многоугольника B или равновеликаго ему многоугольника B'. Наконецъ, будемъ говорить, что многоугольникъ A стоитъ къ многоугольнику B въ отношеніи γ, если внутри перваго или внутри многоугольника A', ему равновеликаго, цѣликомъ помѣщается многоугольникъ B или равновеликій ему многоугольникъ B'.

Можно показать, что эти критеріи сравненія удовлетворяютъ постулатамъ сравненія. Это и будетъ сдѣлано ниже. Вмѣстѣ съ тѣмъ совокупность многоугольниковъ претворяется въ величину, и этой величинѣ, т.-е. величинѣ, этими критеріями сравненія опредѣляемой,

даютъ названіе „площадь многоугольника". При этомъ соотношеніе α выражаютъ словами: „площадь многоугольника A равна площади многоугольника B"; соотношеніе β выражаютъ словами: „площадь многоугольника A меньше площади многоугольника B"; наконецъ, соотношеніе γ выражаютъ словами: „площадь многоугольника A больше площади многоугольника B".

Въ этихъ критеріяхъ сравненія заключается все опредѣленіе площади, — математику ничего иного не нужно. И насколько это справедливо, можно видѣть изъ того, что самого понятія о площади можно было бы не вводить: можно было бы просто выражать соотношеніе α словами: „многоугольникъ A равенъ многоугольнику B", а соотношенія β и γ — словами: „многоугольникъ A меньше (больше) многоугольника B". Это не внесло бы въ геометрію никакихъ существенныхъ измѣненій; только лишь терминологія стала бы нѣсколько иная.

Въ другихъ случаяхъ геометрія такъ и поступаетъ: она не вводитъ новаго термина при претвореніи комплекса въ величину. Такъ, напримѣръ, устанавливая критеріи сравненія для угловъ, мы просто говоримъ, уголъ A равенъ, больше или меньше угла B. Между тѣмъ и тутъ мы могли бы съ такимъ же успѣхомъ ввести новый терминъ для наименованія величины, — скажемъ: „растворъ угла". Это, однако, не дѣлается, потому что углы въ геометріи претворяются въ величину только при одной системѣ критеріевъ сравненія. Напротивъ, дуги окружностей претворяются въ величину при двухъ существенно различныхъ системахъ критеріевъ, въ силу чего возникаютъ двѣ величины: „линейная величина" дуги и „угловая величина" дуги.

Терминъ „многоугольникъ A равенъ многоугольнику B" употребляется обыкновенно лишь въ томъ случаѣ, когда многоугольники конгруэнтны; терминъ же „площадь" выработался для того случая, когда рѣчь идетъ о равенствѣ многоугольниковъ по критеріямъ сравненія, указаннымъ выше.

6. Ни одинъ физикъ не въ состояніи опредѣленно отвѣтить на вопросъ, что такое электричество или что такое магнетизмъ. Существуютъ особыя проявленія физическихъ тѣлъ, при которыхъ мы называемъ ихъ состоянія электрическимъ и магнитнымъ; эти проявленія даютъ возможность установить рядъ величинъ по различнымъ критеріямъ сравненія; эти величины и составляютъ предметъ изученія физиковъ.

7. По большей части, изучаемыя въ математикѣ величины суть скаляры; иными словами, каждому значенію величины можно отнести число*).

При изученіи скалярныхъ величинъ можно начинать съ установленія критеріевъ сравненія и потомъ уже каждому значенію величины относить число; о числѣ, отнесенномъ къ данному значенію величины, тогда говорятъ, что оно измѣряетъ это значеніе.

*) Мы уже упомянули выше, что задача измѣренія не исчерпывается актомъ сопряженія величины съ численнымъ рядомъ. Здѣсь долженъ еще быть соблюдаемъ такъ называемый „аддитивный законъ".

Но возможна и другая точка зрѣнія, которая начинаетъ съ претворенія комплекса въ скаляръ, т.-е. съ сопряженія элементовъ комплекса съ ариѳметическими числами: самое это число и признается „значеніемъ“ величины; другими словами, это число есть то, что именуется тѣмъ терминомъ, который мы разсматриваемъ, какъ наименованіе величины. Съ этой точки зрѣнія площадь прямоугольника, напримѣръ, есть не что иное, какъ произведеніе основанія и высоты, выраженныхъ въ извѣстныхъ единицахъ. Эта точка зрѣнія можетъ быть проведена съ безукоризненной правильностью.

Мы не могли не коснуться вопроса, которому посвященъ этотъ послѣдній пунктъ, хотя отчетливое его выясненіе мы можемъ дать лишь позже, когда эти идеи будутъ фактически проведены въ примѣненіи къ различнымъ величинамъ.

(Продолженіе слѣдуетъ).

Кинетическая теорія газовъ.

Е. Бути.

Часть I. Основанія теоріи.

1. Самымъ важнымъ изъ объектовъ нашего познанія, пріобрѣтенныхъ нами при помощи нашихъ чувствъ, является, безъ сомнѣнія, движеніе тѣлъ. Всякой механической работѣ соотвѣтствуетъ движеніе. Всякая сила, дѣйствующая на свободное тѣло, вызываетъ движеніе; именно благодаря этому сила обычнымъ образомъ даетъ намъ знать о своемъ существованіи. Всякое измѣреніе физической величины можно свести къ наблюденію движенія. Все находится въ движеніи въ пространствѣ, насъ окружающемъ. Можно ли сказать, что все есть движеніе?

Попытаться объяснить всю совокупность явленій при помощи движенія, — вотъ какова должна быть самая конечная цѣль кинетической теоріи.

Для этого нужно, наряду съ движеніями видимыми, разсматривать также движенія невидимыя, которыми, какъ полагаютъ, обладаютъ мельчайшія частицы матеріи (молекулы, атомы, іоны, электроны).

Молекулярная гипотеза столь же стара, какъ и философія. Уже самые древніе философы говорили о движеніи въ пламени. Но только Даніэль Бернулли (Bernoulli) положилъ основаніе настоящей кинетической теоріи (1738).

Гипотезы Бернулли имѣли въ виду только объясненіе способности газовъ къ расширенію, а также закона Маріотта. Очень

любопытно прослѣдить, какъ новая теорія сперва больше столѣтія находится въ забвеніи, но затѣмъ возрождается и оплодотворяется трудами Клаузіуса (Klausius) и Максвелля (Maxwell) послѣ открытія принципа механическаго эквивалента теплоты. Съ этого времени успѣхи кинетической теоріи становятся непрерывными, а примѣненія ея — все болѣе многочисленными и разнообразными.

Въ настоящей статьѣ мы имѣемъ въ виду дать общее представленіе о кинетической теоріи газовъ въ ея теперешнемъ состояніи; при этомъ мы особенно внимательно разсмотримъ гипотезы, которыя легли въ основаніе этой теоріи, и вопросъ о степени точности, которой можно достигнуть благодаря ей при опредѣленіи размѣра молекулъ. Въ заключеніе мы укажемъ на трудности, на которыя наталкивается кинетическая теорія при попыткѣ разрѣшить нѣкоторыя проблемы, какъ, напримѣръ, проблему о тепловомъ излученіи.

2. Мы будемъ исходить изъ слѣдующихъ положеній:

1) газы и вообще всѣ матеріальныя тѣла прерывисты по своему строенію;

2) молекулы газовъ обладаютъ абсолютной упругостью;

3) стѣнки, съ которыми газы приходятъ въ соприкосновеніе, также обладаютъ по отношенію къ молекуламъ газовъ свойствами абсолютно упругихъ тѣлъ;

4) молекулы газовъ обладаютъ поступательными движеніями, направленія которыхъ носятъ совершенно случайный характеръ, такъ что ни одно изъ направленій не имѣетъ какого-либо преимущества передъ другими.

Если принять эти гипотезы, то способность газовъ къ неограниченному расширенію можетъ быть объяснена поступательнымъ движеніемъ молекулъ, которое ничѣмъ не нарушается, поскольку молекулы не встрѣчаются съ твердой стѣнкой.

Давленіе, производимое газомъ на стѣнку, происходитъ отъ ударовъ молекулъ, отражаемыхъ этой стѣнкой. Давленіе это измѣряется средней величиной той силы, которую нужно приложить къ единицѣ поверхности стѣнки, чтобы уравновѣсить ударъ молекулъ.

Законъ Маріотта также объясняется весьма простымъ образомъ. Не прибѣгая къ вычисленію, достаточно замѣтить, что, при прочихъ равныхъ условіяхъ, давленіе пропорціонально числу ударовъ, приходящихся въ единицу времени на единицу поверхности. Если предположить, что всѣ линейные размѣры сосуда, въ которомъ помѣщается газъ, увеличились въ отношеніи r, но что при этомъ количество газа и средняя скорость его молекулъ остались безъ измѣненія, то въ томъ же отношеніи увеличится путь любой молекулы отъ одной стѣнки до другой и продолжительность этого пути. Слѣдовательно, общее число ударовъ въ единицу времени измѣнится въ отношеніи, обратномъ числу r. Уже вслѣдствіе этого давленіе газа должно было бы уменьшиться въ отношеніи, обратномъ числу r. Но такъ какъ, при увели-

ченіи линейныхъ размѣровъ въ r разъ, поверхность стѣнки увеличивается въ r^2 разъ, то давленіе, отнесенное къ единицѣ поверхности стѣнки, должно еще измѣниться въ отношеніи, обратномъ числу r^2. Въ концѣ концовъ, стало быть, давленіе измѣнится въ отношеніи, обратномъ числу r^3, т.-е. въ отношеніи, обратномъ объему, занимаемому газомъ.

Мы видимъ, съ какой легкостью можно примѣнить теорію къ объясненію явленій, на основаніи которыхъ она была построена.

3. Мы не можемъ представить непреложныхъ доказательствъ въ пользу того, что матерія прерывиста, что она состоитъ изъ молекулъ и атомовъ, которые мы не можемъ ни видѣть ни считать непосредственно. Нѣтъ ничего явно абсурднаго въ представленіи о матеріи непрерывной, дѣлимой до безконечности, способной расширяться и сокращаться отъ различныхъ причинъ, но такая гипотеза совершенно безплодна, въ то время какъ привычная для насъ атомистическая гипотеза оказалась удивительно плодотворной какъ въ физикѣ такъ и въ химіи.

4. Можно составить себѣ различныя представленія о молекулахъ. Напримѣръ, можно ихъ свести къ силовымъ центрамъ, настоящимъ геометрическимъ точкамъ, обладающимъ массой и распространяющимъ свое дѣйствіе по всему пространству согласно извѣстнымъ законамъ разстоянія.

Въ кинетической теоріи молекулы являются *маленькими тѣлами, обладающими массой и занимающими нѣкоторый объемъ*. Онѣ способны дѣйствовать на разстояніи; но до поры до времени мы будемъ предполагать, что дѣйствіе ихъ ограничивается ударами въ собственномъ смыслѣ этого слова. Онѣ обладаютъ непроницаемостью, которую раньше считали свойствомъ матеріи вообще. Предположимъ, напримѣръ, что молекулы имѣютъ сферическую форму: тогда ихъ центры не могутъ приблизиться одинъ къ другому на разстояніе, меньшее, чѣмъ двойной радіусъ. Точно такъ же молекулу считаютъ совершенно неспособной къ расширенію.

Мы приписываемъ молекуламъ абсолютную упругость (§ 2). Правда, и шаръ изъ слоновой кости и каучуковый мячъ оба обладаютъ упругостью; но въ то время, какъ послѣдній въ теченіе короткаго времени удара замѣтнымъ образомъ подвергается значительной деформаціи, для обнаруженія деформаціи шара изъ слоновой кости приходится пустить въ ходъ точные приборы. Въ виду того, что имѣются различныя степени деформаціи, представляется допустимымъ представить себѣ въ предѣлѣ тѣло упругое и въ то же время не подвергающееся деформаціи. Такимъ абсолютно упругимъ тѣломъ представляютъ себѣ обыкновенно молекулу.

Однако, не дадимъ словамъ обмануть себя. Если реакція упругости беретъ начало въ деформаціи, какъ это обыкновенно предполагаютъ, то тамъ, гдѣ нѣтъ деформаціи, не можетъ быть и упругости. Такимъ образомъ, предполагая, что молекула, *даже одноатомная*,

обладаетъ упругостью, мы предполагаемъ вмѣстѣ съ тѣмъ, что она способна къ деформаціи и, по аналогіи съ матеріей вообще, состоитъ изъ частей, способныхъ перемѣщаться однѣ по отношенію къ другимъ. Дѣйствительно, мы знаемъ въ настоящее время, что атомъ можетъ распадаться, выдѣляя электроны. Нельзя больше представлять себѣ его недѣлимымъ.

Мы ограничимся тѣмъ предположеніемъ, что деформація молекулъ въ моментъ удара настолько мала, что нѣтъ необходимости вводить ее въ большинство вычисленій. Изъ настоящаго изслѣдованія мы исключимъ всѣ случаи, въ которыхъ атомъ способенъ распадаться.

5. Кинетическая теорія газовъ приводитъ къ кинетической теоріи твердыхъ тѣлъ, — теоріи, въ настоящее время лишь слабо намѣченной. Предполагается, что твердая стѣнка представляетъ изъ себя прерывистое скопленіе молекулъ, между которыми существуетъ такая связь, при которой онѣ, несмотря на быстрыя движенія, не могутъ значительно удалиться отъ нѣкотораго опредѣленнаго положенія равновѣсія.

Мы предположили (§ 2), что столкновеніе газовой молекулы со стѣнкой, даже и не обладающей упругостью, какъ, напримѣръ, свинцовой, является столкновеніемъ абсолютно упругимъ. Ограничимся тѣмъ, что укажемъ на возникающую здѣсь трудность. Въ данномъ случаѣ въ столкновеніи, вѣроятнѣе всего, принимаетъ участіе лишь одна изъ молекулъ стѣнки. Это столкновеніе можетъ быть абсолютно упругимъ, хотя бы столкновеніе, въ которомъ участвуетъ опредѣленная часть стѣнки, таковымъ не было.

6. Газовая молекула, находящаяся въ состояніи поступательнаго движенія, обладаетъ опредѣленной кинетической энергіей. Вслѣдствіе упругихъ столкновеній между молекулами, скорость каждой молекулы при каждомъ столкновеніи измѣняется какъ по величинѣ, такъ и по направленію. При этомъ энергія переходитъ лишь отъ одной молекулы къ другой, но общее количество энергіи всей массы газа остается безъ измѣненія.

Приходится принять, что даже въ весьма разрѣженномъ газѣ число молекулъ въ 1 *кб. см.* чрезвычайно значительно (§ 19). Такимъ образомъ, обмѣнъ энергіи происходитъ непрерывно. Скорость отдѣльной молекулы измѣняетъ въ каждый моментъ свою величину и свое направленіе, подчиняясь исключительно законамъ случая. Объяснимъ, какъ это слѣдуетъ понимать.

Очевидно, что, если бы намъ были извѣстны начальныя положенія и скорости всѣхъ молекулъ, то не было бы мѣста случайности, т.-е. можно было бы предвидѣть всѣ послѣдовательныя столкновенія, и траекторія каждой молекулы могла бы быть указана заранѣе *). Но такъ какъ эти начальныя данныя намъ совершенно не-

*) Само собою понятно, что, какъ только число молекулъ будетъ больше нѣсколькихъ единицъ, выполненіе вычисленій превзойдетъ человѣческія силы, хотя теоретически оно вполнѣ возможно.

извѣстны, то мы ничего не можемъ предвидѣть, поскольку дѣло касается отдѣльной молекулы. Мы знаемъ только то, что ея траэкторія имѣетъ видъ какъ бы запутанныхъ каракулей, начертанныхъ безъ всякой цѣли и какъ бы только въ свое удовольствіе какимъ-либо празднымъ школьникомъ. Отклоненіе молекулы отъ своего начальнаго положенія будетъ то увеличиваться, то уменьшаться. Такимъ образомъ, ея результирующее перемѣщеніе въ направленіи, которое предвидѣть нельзя, будетъ весьма незначительнымъ въ сравненіи со средней скоростью ея движенія по каждому изъ прямолинейныхъ отрѣзковъ, изъ которыхъ составляется ея траэкторія. Этимъ объясняется медленность диффузіи газовъ.

Если мы разсмотримъ совокупность молекулъ, которыя въ извѣстный моментъ занимаютъ весьма незначительное пространство вокругъ какой-либо точки, то нужно считать, что движеніе будетъ разбрасывать молекулы во всѣ стороны, при чемъ заранѣе нельзя будетъ указать какое-либо преимущественное направленіе. Въ этомъ незначительномъ пространствѣ ихъ замѣнятъ другія молекулы, которыя только-что были расположены по различнымъ направленіямъ и на различныхъ разстояніяхъ, не поддающихся нашему опредѣленію. Общее число молекулъ въ разсматриваемомъ незначительномъ пространствѣ должно быть то болѣе, то менѣе значительнымъ. Если бы наши экспериментальные методы позволяли намъ достаточно далеко производить дѣленіе пространства и времени, то мы убѣдились бы въ томъ, что число это измѣняется самымъ причудливымъ образомъ.

Но дѣло въ томъ, что наименьшій объемъ, доступный нашимъ измѣреніямъ, содержитъ такое чудовищно огромное число молекулъ, и послѣднія такъ часто мѣняются въ теченіе наименьшаго доступнаго нашимъ измѣреніямъ промежутка времени, что мы въ результатѣ безконечно сложныхъ комбинацій всегда получаемъ лишь среднія величины. Здѣсь встрѣчаются всѣ возможные случаи столкновенія молекулъ, при чемъ эти столкновенія повторяются огромное число разъ: получается уравновѣшиваніе, тѣмъ болѣе совершенное, чѣмъ значительнѣе общее число столкновеній. Въ конечномъ счетѣ средняя, доступная нашему измѣренію, величина весьма мало колеблется около нѣкотораго опредѣленнаго значенія, при чемъ эти колебанія становятся ниже погрѣшностей, неизбѣжныхъ при нашихъ измѣреніяхъ. Такимъ образомъ, при данномъ давленіи и данной температурѣ въ каждой единицѣ объема нѣкотораго газа всегда будетъ заключаться одна и та же масса его.

Ясно, что, согласно нашей теоріи, равномѣрная плотность опредѣленной массы газа, находящейся въ равновѣсіи, есть нѣчто кажущееся, вытекающее изъ закона среднихъ значеній. Иллюзіей такого же рода и такого же происхожденія является и положеніе о равенствѣ давленій вокругъ какой-либо точки (принципъ Паскаля). Всѣ законы, относящіеся къ газамъ, носятъ такой же характеръ. За видимой правильностью, устанавливаемой наблюденіемъ, скрываются явленія, не представляющія никакой правильности, но дающія при нашемъ наблю-

деніи нѣкоторое среднее значеніе, колебанія котораго ускользаютъ отъ нашего измѣренія.

7. Указанные выводы въ такой мѣрѣ отличаются отъ нашихъ обычныхъ представленій, что экспериментальное подтвержденіе ихъ, хотя бы и косвенное, становится весьма желательнымъ. Такое подтвержденіе, и притомъ весьма вѣское и замѣчательное, мы находимъ въ одномъ явленіи, остававшемся долгое время неразгаданнымъ, а именно—въ такъ называемомъ броуновскомъ движеніи. Мы встрѣчаемъ здѣсь поразительное совпаденіе всѣхъ характерныхъ признаковъ, которые мы приписываемъ молекулярному движенію.

Вначалѣ броуновское движеніе наблюдали внутри растительныхъ клѣтокъ (1828); но его обнаруживаютъ всюду, гдѣ весьма мелкія твердыя частицы плаваютъ въ жидкости: въ мелкозернистыхъ коллоидахъ, эмульсіяхъ, газахъ, въ которыхъ взвѣшена достаточно тонкая пыль—твердая или жидкая. Эти движенія можно наблюдать при помощи микроскопа или ультра-микроскопа. Можно ихъ даже фотографировать и кинематографировать. Если слѣдить за движеніемъ одной какой-либо частицы, то можно замѣтить тѣ безконечно запутанныя каракули, о которыхъ мы говорили выше (§ 6). Движеніе отличается весьма оживленнымъ, въ высшей степени причудливымъ характеромъ.

Но особенно характернымъ признакомъ броуновскаго движенія является его безграничная продолжительность. Какимъ мы его наблюдаемъ сегодня на предоставленномъ самому себѣ препаратѣ, такимъ мы его будемъ наблюдать завтра и черезъ десять лѣтъ. Многіе были бы склонны ошибочно называть это вѣчнымъ движеніемъ. Внѣшнія обстоятельства не имѣютъ никакого вліянія на броуновское движеніе. Амплитуда его зависитъ только отъ величины частицъ и отъ температуры.

Поле зрѣнія, которое можетъ быть сужено помощью діафрагмы, и глубина котораго, также весьма малая, сводится къ интервалу, опредѣляемому установкой на фокусъ микроскопа,—это поле занимаетъ весьма незначительный объемъ. Въ каждый данный моментъ оно заключаетъ въ себѣ частицы въ числѣ, достаточно маломъ для того, чтобы пересчитать ихъ однимъ взглядомъ. Число это колеблется въ довольно широкихъ предѣлахъ. То, скажемъ, имѣются двѣ или три частицы, то ихъ цѣлыхъ десять. Всѣ эти измѣненія столь быстры, столь неправильны, что быстро утомляющіеся глазъ и вниманіе наблюдателя нуждаются въ частомъ отдыхѣ.

Въ теченіе долгаго времени не удавалось найти удовлетворительнаго объясненія для броуновскаго движенія. Оно не объясняется ни теченіями въ жидкости, происходящими отъ разности температуръ, ни вліяніемъ капиллярности, ни воздѣйствіемъ электрическихъ силъ и т. п. Наоборотъ, движеніе это становится вполнѣ понятнымъ, если считать его происходящимъ въ силу молекулярнаго движенія, съ которымъ его роднитъ безграничная продолжительность.

Частица эмульсіи по отношенію къ молекуламъ окружающей жидкости представляетъ собою то же самое, что очень большой камень по отношенію къ песчинкѣ. Въ самомъ дѣлѣ, представимъ себѣ, что тѣло большихъ размѣровъ со всѣхъ сторонъ обстрѣливается цѣлымъ роемъ снарядовъ, обладающихъ большой скоростью и очень небольшой массой. По мѣрѣ того, какъ рой снарядовъ будетъ становиться все болѣе густымъ, удары, не имѣя никакого опредѣленнаго направленія, будутъ все болѣе стремиться взаимно уравновѣсить свои эффекты; впрочемъ, это уравновѣшиваніе никогда не будетъ полнымъ. Въ результатѣ обстрѣливаемое тѣло получитъ рядъ безпорядочныхъ толчковъ, обладающихъ небольшой амплитудой и ритмомъ, гораздо болѣе медленнымъ, чѣмъ ритмъ отдѣльныхъ ударовъ (см. § 21).

Если объемъ бомбардируемаго тѣла будетъ увеличиваться, то и взаимное уравновѣшиваніе ударовъ будетъ становиться болѣе полнымъ. Если тѣло пріобрѣтетъ чрезвычайно большіе размѣры, то уравновѣшиваніе сдѣлается въ значительной степени совершеннымъ, а результирующее движеніе перестанетъ быть замѣтнымъ.

Согласно этому, броуновское движеніе должно ускоряться или замедляться сообразно тому, будутъ ли эмульгированныя частицы большихъ или меньшихъ размѣровъ. Мы это на самомъ дѣлѣ и наблюдаемъ. Очень маленькія частицы обладаютъ крайне живымъ и стремительнымъ движеніемъ; этотъ эффектъ, связанный съ уменьшеніемъ размѣра частицъ, все болѣе усиливается, пока, наконецъ, эти частицы, вслѣдствіе слишкомъ малыхъ своихъ размѣровъ, перестаютъ быть видимыми въ ультрамикроскопъ.

Частицы опредѣленной величины должны обладать тѣмъ большей скоростью движенія, чѣмъ значительнѣе средняя скорость ударяющихъ молекулъ, т. е., какъ мы это увидимъ дальше (§ 8), чѣмъ выше температура. Это опять-таки мы наблюдаемъ въ дѣйствительности.

Итакъ, не будемъ спорить противъ очевидности. Наше объясненіе броуновскаго движенія является вполнѣ согласующимся съ дѣйствительностью. Молекулярное движеніе, которое служитъ причиной броуновскаго движенія, должно перестать казаться намъ чѣмъ-то гипотетическимъ. Мы вполнѣ склонны считать его явленіемъ реальнымъ.

8. Опытъ учитъ насъ, что, когда мы сжимаемъ газъ, онъ нагрѣвается, а когда мы его расширяемъ, онъ охлаждается (адіабатическое сжатіе или расширеніе). Должны ли мы ожидать этого эффекта на основаніи нашихъ гипотезъ? Молекула, которая обычнымъ образомъ ударяется объ опускающійся поршень во время фазы сжатія, отражается отъ него вслѣдствіе измѣненія знака ея относительной скорости (равной суммѣ собственной ея скорости и скорости поршня). Ея абсолютная скорость, такимъ образомъ, увеличивается. Обратное происходитъ тогда, когда поршень подымается, т.-е. во время фазы расширенія. Когда сжатіе или расширеніе заканчиваются, отраженіе опять становится нормальнымъ, т.-е. средняя скорость молекулъ, увеличившаяся или уменьшившаяся вслѣдствіе сжатія или расширенія, не претерпѣваетъ уже дальнѣйшихъ измѣненій.

Въ нашихъ гипотетическихъ положеніяхъ (§ 2) нѣтъ рѣчи о *температурѣ*; средняя скорость молекулъ есть данное, которому мы вольны дать какое угодно объясненіе. Такъ какъ измѣненіе этой скорости связано съ измѣненіемъ того, что условились называть температурой, и такъ какъ скорость увеличивается и уменьшается вмѣстѣ съ увеличеніемъ и уменьшеніемъ температуры, то, значитъ, температура есть функція молекулярной скорости.

Сравненіе формулъ, добытыхъ путемъ эксперимента, съ формулами, полученными на основаніи кинетической теоріи, показываетъ, что температура, отсчитываемая отъ -273° и выраженная въ градусахъ Цельсія (абсолютная температура), пропорціональна квадрату средней скорости молекулярнаго движенія.

Такимъ образомъ, температуру нужно считать свойствомъ, выражающимъ нѣкоторое среднее состояніе. Въ теченіе одного и того же мгновенія въ массѣ газа, находящейся въ кинетическомъ равновѣсіи, имѣются молекулы, быстро движущіяся, и молекулы, движущіяся медленно. Одна и та же молекула въ теченіе весьма короткаго времени проходитъ черезъ цѣлый рядъ большихъ и малыхъ скоростей. Такимъ образомъ, если бы разсматривать массу газа достаточно малыхъ размѣровъ и въ теченіе достаточно короткаго времени, то средняя скорость и, слѣдовательно, температура должны были бы при этомъ подвергаться неправильнымъ колебаніямъ, которыя при условіяхъ нашего экспериментированія совершенно неощутимы.

Понятіе о температурѣ нельзя распространять на отдѣльную молекулу, разсматриваемую изолированно въ массѣ газа.

9. Въ термодинамикѣ абсолютная температура опредѣляется при помощи *принципа Карно* (Carnot).

Соотвѣтственно этому, въ случаѣ газовъ принципъ *Карно* является необходимымъ слѣдствіемъ гипотезъ, положенныхъ въ основаніе кинетической теоріи (§ 2), и опредѣленія, даннаго температурѣ согласно этой теоріи (§ 8). Принципъ *Карно*, какъ и понятіе о температурѣ, относится только къ опредѣленной массѣ газа, разсматриваемой въ теченіе опредѣленнаго промежутка времени. По отношенію же къ единичной молекулѣ принципъ этотъ не имѣетъ содержанія.

Уже *Максвеллъ* (Maxwell) выразился, что духъ, достаточно ловкій, способный жонглировать молекулами, ни во что не ставилъ бы принципъ *Карно* и могъ бы вызывать въ массѣ газа, находящейся въ температурномъ равновѣсіи, замѣтныя температурныя разности, не затрачивая никакой работы.

10. Количество теплоты, развиваемой газовой массой при ея адіабатическомъ сжатіи, пропорціонально этой массѣ и приращенію температуры, т.-е., согласно предыдущему, оно пропорціонально приращенію средней живой силы молекулярнаго движенія и, слѣдовательно, работѣ, приложенной къ рукояткѣ поршня съ цѣлью вызвать сжатіе газа. Здѣсь, въ примѣненіи къ частному случаю, мы имѣемъ дѣло съ *принципомъ механическаго эквивалента теплоты.*

Въ кинетической теоріи этотъ принципъ вытекаетъ изъ того толкованія, которое мы даемъ тепловымъ явленіямъ.

Въ противоположность принципу Карно, принципъ механическаго эквивалента теплоты, который здѣсь представляетъ собою не что иное, какъ принципъ живыхъ силъ, примѣняется даже къ единичной молекулѣ и не знаетъ никакихъ ограниченій.

11. До сихъ поръ мы говорили только о поступательномъ движеніи молекулъ. Это единственное движеніе, которое мы должны разсматривать, если мы уподобляемъ молекулы совершенно гладкимъ шарамъ, такъ какъ послѣдніе при столкновеніяхъ, центральныхъ или нецентральныхъ, не могутъ пріобрѣсти движенія вращенія вокругъ своей оси *). Этотъ теоретическій случай, повидимому, вполнѣ соотвѣтствуетъ строенію нашихъ одноатомныхъ газовъ. Напротивъ, молекулы сложныя — напримѣръ, двухатомныя — могутъ, благодаря столкновеніямъ, пріобрѣтать движеніе вращенія вокругъ своей оси, если ихъ представлять себѣ въ видѣ гимнастическихъ шаровъ, двѣ главныя массы которыхъ удерживаются всегда на одномъ и томъ же разстояніи одна отъ другой при помощи неизмѣняемой связи; онѣ могутъ также приходить въ колебательное движеніе, если предположить, что оба атома подъ вліяніемъ взаимодѣйствія нормально находятся въ равновѣсіи, но что они способны приближаться и удаляться одинъ отъ другого при внѣшнемъ толчкѣ.

При этихъ условіяхъ каждое столкновеніе молекулъ можетъ сопровождаться трансформаціей поступательнаго движенія въ движеніе вращательное, колебательное, или наоборотъ. Но если разсматривать опредѣленную массу газа въ теченіе опредѣленнаго промежутка времени, то установится почти полное равновѣсіе, такъ что въ среднемъ количество живой силы каждаго изъ трехъ видовъ движенія — поступательнаго, вращательнаго и колебательнаго — въ отдѣльности останется все время однимъ и тѣмъ же.

Существенная разница между случаями многоатомныхъ и одноатомныхъ молекулъ состоитъ въ томъ, что при повышеніи или пониженіи температуры, т.-е. при увеличеніи или уменьшеніи скорости поступательнаго движенія, мы въ первомъ случаѣ будемъ имѣть также соотвѣтствующее измѣненіе живой силы вращательнаго и колебательнаго движенія. Другими словами, живая сила поступательнаго движенія есть здѣсь лишь часть всей живой силы, обусловливающей температуру газа. Отношеніе между тѣмъ и другимъ видомъ живой силы представляетъ собою величину постоянную.

Такимъ образомъ, для полной характеристики многоатомнаго газа съ калориметрической точки зрѣнія, нужно, въ отличіе отъ случая одноатомнаго газа, ввести еще одинъ числовой коэффиціентъ. Отъ этого коэффиціента зависитъ отношеніе между величинами, выражающими теплоемкость (при постоянныхъ давленіи и объемѣ), которое,

*) Они могли бы обладать съ самаго начала индивидуальными движеніями вращенія, которыя не модифицировались бы подъ вліяніемъ ихъ взаимныхъ столкновеній.

будучи равнымъ $^5/_3$ для всѣхъ одноатомныхъ газовъ, для другихъ газовъ выражается числами меньшими и притомъ различными, въ зависимости отъ механическаго строенія молекулы.

12. Съ точки зрѣнія термометрической состояніе массы газа можно считать во всѣхъ случаяхъ вполнѣ опредѣленнымъ, если дается масса молекулы m, число молекулъ n въ единицѣ объема и средняя скорость u молекулярнаго движенія. Такимъ образомъ, состояніе даннаго газа зависитъ только отъ двухъ независимыхъ перемѣнныхъ n и u, вмѣсто которыхъ можно взять объемъ v единицы массы и абсолютную температуру T, или же давленіе p и температуру T. Между тремя перемѣнными величинами p, v и T существуетъ соотношеніе, называемое уравненіемъ состоянія газа, въ которомъ фигурируетъ только одинъ спеціальный коэффиціентъ, а именно — масса единицы объема газа при нормальныхъ условіяхъ.

Отсюда слѣдуетъ, что всѣ газы подчиняются однимъ и тѣмъ же законамъ сжатія и расширенія (законы Маріотта и Гэ-Люссака).

13. Теорія, существенныя черты которой мы только-что изложили, относится къ совершеннымъ газамъ. Извѣстно, что въ дѣйствительности всѣ газы въ большей или меньшей мѣрѣ отклоняются отъ законовъ Маріотта и Гэ-Люссака. Какъ видоизмѣнить теорію для того, чтобы вполнѣ приспособить ее къ результатамъ эксперимента? Концепція Бернулли отличается большой гибкостью. Въ предыдущемъ изложеніи мы неявно предположили, что, въ сравненіи съ объемомъ, занимаемымъ газомъ, можно совершенно пренебречь объемомъ, занимаемымъ молекулами. Мы предполагали также, что молекулы могутъ дѣйствовать одна на другую только при помощи удара. А между тѣмъ иногда — напримѣръ, въ теоріи капиллярности — приходится принимать, что взаимодѣйствіе молекулъ происходитъ и на разстояніи; впрочемъ, это взаимодѣйствіе очень быстро уменьшается по мѣрѣ увеличенія разстоянія между молекулами, такъ что на практикѣ при всѣхъ разстояніяхъ, доступныхъ нашимъ способамъ измѣренія, его можно считать равнымъ нулю.

Принимая для каждаго вида молекулъ соотвѣтствующій ему молекулярный объемъ, а также спеціальный коэффиціентъ, характеризующій притяженіе молекулъ, Ванъ-деръ-Ваальсъ (Van-der-Waals) теоретически вывелъ весьма замѣчательное уравненіе состоянія, содержащее три спеціальныхъ коэффиціента вмѣсто одного (§ 12). Это уравненіе съ достаточной точностью выражаетъ экспериментальные законы сжатія и расширенія не только разсматриваемаго газа, но также и жидкости, получающейся при его сжиженіи. Оно предвидитъ существованіе критической точки; наконецъ, она внушила своему автору знаменитую теорему о соотвѣтствующихъ состояніяхъ, имѣющую болѣе общій характеръ, чѣмъ формула, изъ которой онъ эту теорему вывелъ.

Формулу Ванъ-деръ-Ваальса отнюдь нельзя считать совершенной: она далеко не исчерпываетъ всѣхъ выводовъ, которые можно сдѣлать на основаніи кинетической теоріи. Ничто не обязываетъ насъ ограничиваться тремя спеціальными постоянными, характеризующими

жидкость. Число и роль этихъ постоянныхъ должны зависѣть отъ всѣхъ особенностей строенія молекулъ, хотя бы отъ тѣхъ изъ нихъ, о которыхъ мы узнаемъ, напримѣръ, изъ химическихъ формулъ.

Такимъ образомъ, мы должны считать, что кинетическая теорія способна въ этомъ отношеніи къ неограниченному совершенствованію, и можемъ надѣяться, что она вполнѣ соотвѣтствуетъ своему объекту. Не останавливаясь больше на этомъ пунктѣ, мы будемъ въ дальнѣйшемъ вести наше изложеніе въ совсѣмъ другомъ направленіи. Это мы сдѣлаемъ во второй части нашей статьи.

(Окончаніе слѣдуетъ).

Исходные продукты, служащіе для производства взрывчатыхъ веществъ.

А. Мэля.

Слѣдя за успѣхами въ области органической химіи, нельзя въ настоящее время обойти молчаніемъ того шага впередъ, который сдѣлала Франція въ области химической промышленности. Хотя всѣ усилія страны были направлены въ сторону обороны, все же не безполезно будетъ вспомнить о той удивительной работѣ, которая была совершена въ вышеуказанной области въ теченіе нѣсколькихъ мѣсяцевъ. Не нужно создавать себѣ иллюзій на счетъ состоянія химической промышленности во Франціи до войны. За немногими исключеніями не существовало почти фабрикъ, которыя могли бы доставлять большія количества исходныхъ продуктовъ, необходимыхъ для изготовленія взрывчатыхъ веществъ. Правда, нельзя было предвидѣть, что такъ страшно возрастетъ потребленіе нитрированныхъ ароматическихъ соединеній, употребляемыхъ для начинки нашихъ снарядовъ. Но въ пользу французовъ говоритъ то обстоятельство, что, какъ только выяснилась необходимость изготовлять эти продукты въ огромномъ количествѣ, они взялись за работу съ той энергіей и съ той способностью къ творчеству, которая такъ характерна для французскаго ума.

О томъ, что предпринимается въ этомъ направленіи въ Германіи, мы почти ничего не знаемъ. Но всѣ согласны въ томъ, что до войны въ области химической промышленности господство нѣмцевъ было неоспоримымъ. Ихъ заводы, добывавшіе исходные продукты, употребляемые для изготовленія взрывчатыхъ веществъ: бензолъ, толуолъ, фенолъ, крезолы, нафталинъ, функціонировали уже тогда самымъ безупречнымъ образомъ, такъ что вся ихъ дальнѣйшая заслуга должна была состоять лишь въ томъ, чтобы продолжать и расширять свое производство. По отношенію къ нѣкоторымъ веществамъ, какъ, напримѣръ, азотная кислота и хлопокъ, Германіи, безъ сомнѣнія, приходилось

дѣлать во время войны нѣкоторыя усилія. Понятно, что, въ виду уменьшенія ввоза нитратовъ, вызваннаго блокадой, нѣмцы должны были потрудиться надъ тѣмъ, чтобы развить на практикѣ процессъ окисленія аммiака по способу Оствальда (Ostwald) и усилить фабрикацію азотной кислоты по норвежскому способу. Далѣе, говорятъ, что для замѣны хлопка, идущаго на изготовленіе бездымнаго пороха, въ Германіи производилась обработка древесины съ цѣлью полученія чистой клѣтчатки, легко поддающейся нитрификаціи. Такая обработка, безъ сомнѣнія, сопряжена съ огромными, но все же преодолимыми трудностями. Самое большое затрудненіе при очищеніи клѣтчатки состоитъ въ отдѣленіи отъ нея солей, различныхъ веществъ и т. д. Извѣстно, что клѣтчатка, подвергающаяся нитрификаціи, должна отличаться большой степенью чистоты; вполнѣ понятно, какой сложной химической обработкѣ слѣдуетъ подвергать древесину, чтобы достичь желаемаго результата.

Какъ уже указано выше, активность химической промышленности во Франціи обратилась, главнымъ образомъ, въ сторону работы на пользу войны. Большая заслуга французскаго вѣдомства взрывчатыхъ веществъ состоитъ въ томъ, что оно сразу обратило вниманіе на то затруднительное положеніе, въ которое поставила страну огромная потребность во взрывчатыхъ веществахъ, и что оно создало могучія организаціи, которыя въ настоящее время даютъ возможность эту потребность удовлетворить. Въ этой своей трудной задачѣ вѣдомство встрѣтило полную поддержку со стороны Комиссіи взрывчатыхъ веществъ и, кромѣ того, пріобрѣло дѣятельнаго и весьма просвѣщеннаго руководителя въ лицѣ предсѣдателя этой Комиссіи проф. Галлера (Haller).

Продукты ароматическаго ряда, необходимые для производства взрывчатыхъ веществъ, а именно — бензолъ, толуолъ, ксилолы (особенно мета-соединеніе), фенолъ, крезолы, нафталинъ, добывались раньше, главнымъ образомъ, изъ каменноугольнаго дегтя. Въ то время, какъ добываніе этихъ веществъ въ Германіи достигло чрезвычайныхъ размѣровъ благодаря большому развитію въ этой странѣ производства кокса, во Франціи вещества эти добывались въ весьма незначительныхъ количествахъ. Здѣсь до войны сухая перегонка приблизительно 4 милліоновъ тоннъ каменнаго угля, производившаяся съ цѣлью полученія свѣтильнаго газа, давала, въ среднемъ, ежегодно 200 000 тоннъ дегтя, изъ которыхъ можно было извлечь 3600 тоннъ бензола. Производство кокса для цѣлей металлургической промышленности ежегодно поглощало около 4 милліоновъ тоннъ угля; при этомъ получалось 160 000 тоннъ дегтя, изъ которыхъ можно было извлечь 1600 тоннъ бензола. Всего бензола за годъ можно было получать 5200 тоннъ.

Но вмѣсто того, чтобы получать три главныхъ углеводорода каменноугольнаго дегтя отдѣльно и, слѣдовательно, въ чистомъ видѣ, ограничивались тѣмъ, что при помощи простой перегонки получали неочищенный бензолъ, который въ большей своей части употреблялся просто въ качествѣ „карбурирующаго" вещества. Въ настоящее время этотъ неочищенный бензолъ совсѣмъ перестали употреблять для подобной цѣли: онъ подвергается очисткѣ и служитъ исключительно для

изготовленія взрывчатыхъ веществъ. Чистый бензолъ, послѣ превращенія его въ динитро-соединеніе, можетъ употребляться для производства взрывчатыхъ веществъ типа Фавье (Favier); для этого динитросоединеніе смѣшиваютъ съ азотнокислымъ аммоніемъ. Кромѣ того, бензолъ служитъ основнымъ продуктомъ для производства синтетическаго фенола, изъ котораго можно получить мелинитъ, а также хлоро-динитро-бензолъ; а потому бензолъ представляетъ собою весьма важный сырой продуктъ, добываніе котораго нужно было организовать въ широкихъ размѣрахъ. Изъ всѣхъ соединеній ароматическаго ряда наиболѣе удобнымъ для выработки взрывчатыхъ веществъ является въ настоящее время толуолъ. Тринитро-производное послѣдняго можетъ быть поставлено наряду съ мелинитомъ въ смыслѣ его пригодности для начинки снарядовъ; одно время можно было даже думать, что оно совсѣмъ вытѣснитъ мелинитъ. Тринитротолуолъ, или „толитъ*)", обладаетъ нѣсколькими преимуществами: точка его плавленія ниже точки плавленія мелинита (82° вмѣсто 123°), и потому имъ легко начинять снаряды. Его нечувствительность къ удару и къ присутствію металловъ и его значительная сокрушительная сила должны были сдѣлать изъ него взрывчатое вещество высшаго качества. При воздѣйствіи запала изъ гремучей ртути онъ взрываетъ съ большой силой, выдѣляя характерный черный дымъ, который появляется тогда, когда бомбы, заряженныя тринитротолуоломъ, разрываются подъ водой; дымъ этотъ происходитъ отъ неполнаго сгоранія углерода молекулы.

Артиллерія быстро оцѣнила преимущества толита и пропагандировала его съ первыхъ же дней войны. Тотчасъ же стали изыскивать всѣ способы, съ помощью которыхъ можно было бы добывать толуолъ. Мы увидимъ сейчасъ, какъ эта цѣль была достигнута.

Нитрированіе толуола, есть, пожалуй, единственное затрудненіе, которое стоитъ на пути къ изготовленію этого взрывчатаго вещества. Въ самомъ дѣлѣ, орто- и пара-мононитро-соединенія, равно какъ и динитро-соединеніе съ точкой плавленія въ 70°, легко получать при помощи воздѣйствія на толуолъ дымящейся азотной и сѣрной кислотами въ равныхъ количествахъ. Иначе обстоитъ дѣло при полученіи тринитро-соединенія: при этомъ приходится въ теченіе нѣсколькихъ часовъ нагрѣвать динитро-соединеніе при температурѣ, близкой къ 100°, со смѣсью сѣрной и азотной кислотъ. Вслѣдствіе своей плавкости и плотности нитро-производное имѣетъ тенденцію выдѣлиться на поверхность жидкости, такъ что смѣсь кислотъ съ трудомъ воздѣйствуетъ на него. Въ виду этого приходится поддерживать жидкую массу въ довольно интенсивномъ движеніи, для того чтобы динитротолуолъ былъ взвѣшенъ въ нитрирующей смѣси. Этотъ процессъ требуетъ времени и сопровождается потерей паровъ азотной кислоты, которую время отъ времени приходится пополнять. Между прочимъ, нитрированіе почти всегда бываетъ неполнымъ; нѣкоторое количество динитротолуола не вступаетъ въ реакцію. Въ результатѣ получается

---

*) Техническое названіе тринитротолуола въ Россіи — тротилъ.

Ред.

смѣсь динитро- и тринитротолуола, которую приходится подвергать цѣлому ряду дробныхъ кристаллизацій въ алкоголѣ, чтобы получить соединеніе, плавящееся при 80 — 82°. Эти кристаллизаціи, если хотятъ получить вполнѣ чистый продуктъ, всегда продолжительны и, вслѣдствіе потери алкоголя, дорого обходятся. А между тѣмъ выяснилось, что нѣтъ необходимости стремиться къ полученію абсолютно чистаго соединенія, и что можно съ успѣхомъ пускать въ ходъ тринитротолуолъ, плавящійся при 78°.

Нитрованіе метаксилола можетъ быть достигнуто съ бо́льшей легкостью. Если на этотъ углеводородъ ароматическаго ряда воздѣйствовать на холоду смѣсью азотной и сѣрной кислотъ, то получается динитро-соединеніе, плавящееся при 93°. Если же ту же смѣсь нагрѣть до 100° при легкомъ помѣшиваніи, то въ теченіе нѣсколькихъ минутъ получаютъ тринитрометаксилолъ, плавящійся при 171°. Это кристаллы очень мелкіе, мягкіе на ощупь и легко дающіе плотную массу. Они взрываются уже при сильномъ нагрѣваніи, а особенно сильно — въ присутствіи окисляющей соли. Поэтому на это тринитросоединеніе смотрятъ, какъ на продуктъ, способный сдѣлаться источникомъ новыхъ взрывчатыхъ веществъ.

Напротивъ, параксилолъ даетъ только динитро-соединеніе. Въ этой формѣ его можно употреблять, смѣшивая съ окисляющей солью, какъ, напримѣръ, съ азотнокислымъ аммоніемъ. Онъ представляетъ собою взрывчатое вещество напоминающее по своимъ сокрушительнымъ свойствамъ взрывчатыя вещества Фавье.

Наравнѣ съ бензоломъ и толуоломъ, также и пара- и метаксилолы должны были вырабатываться въ промышленности. Изъ какихъ источниковъ черпались эти вещества?

Выше мы указали на то, что каменноугольный деготь представляетъ собою весьма важный продуктъ, изъ котораго можно извлекать бензолъ. Но главной составной частью легкихъ маселъ, добываемыхъ изъ дегтя, служитъ бензолъ. Толуолъ содержится въ нихъ приблизительно въ три раза меньшемъ количествѣ, чѣмъ бензолъ. Тонна угля при перегонкѣ даетъ приблизительно литръ толуола. Ксилолы содержатся въ гораздо меньшемъ количествѣ; наибольшую часть ксилоловъ составляетъ метаксилолъ; по Фиттигу (Fittig) послѣдній составляетъ 90% этихъ продуктовъ, въ то время какъ пара-соединеніе составляетъ лишь 10%. Эти цифры, повидимому, болѣе близки къ истинѣ, чѣмъ цифры Якобсена (Jacobsen), который даетъ 30 — 40% для мета-соединенія и 20 — 25% для пара-соединенія. Дѣло въ томъ, что, какъ извѣстно, мета-соединенія вообще имѣютъ тенденцію образовываться въ преобладающемъ передъ другими соединеніями количествѣ, когда полученіе этихъ веществъ происходитъ при высокой температурѣ.

Понятно, что, при огромной потребности въ вышеуказанныхъ ароматическихъ углеводородахъ, обработка 5000 тоннъ легкаго масла, получающагося изъ каменноугольнаго дегтя, не можетъ дать намъ эти продукты въ достаточномъ количествѣ. Поэтому стали дѣлать попытки извлекать эти углеводороды изъ другихъ веществъ, въ которыхъ они содержатся въ весьма малыхъ количествахъ.

Первая мысль, которая пришла въ голову, состояла въ томъ, чтобы извлечь изъ свѣтильнаго газа содержащійся въ немъ бензолъ, который обусловливаетъ освѣтительную способность этого газа, а также его теплотворныя свойства. Извѣстно, что кубическій метръ свѣтильнаго газа можетъ увлекать 30 *гр.* бензола, содержащаго, въ свою очередь, 8—10 *гр.* толуола. Изъ опытовъ, произведенныхъ на газовомъ заводѣ Бирмингама, слѣдуетъ, что при помощи промыванія можно легко выдѣлить до 25 *гр.* бензола, и что при температурѣ въ 15° можно извлечь все количество толуола, если продолжительность процесса и поверхности соприкосновенія достаточно велики.

Это промываніе свѣтильнаго газа Франція недавно сдѣлала обязательнымъ путемъ изданія закона. Правда, для этого потребуются большія и весьма дорогія приспособленія, но объ этомъ не придется жалѣть, если при ихъ помощи будутъ достигнуты желаемые результаты. Въ Парижѣ ежедневно добывается свѣтильнаго газа около 1200000 *кб. м.* и 600000 *кб. м.* для пригородовъ. Большіе газовые заводы Ліона, Марсели, Бордо, Тулузы производятъ ежедневно отъ 700000 до 800000 *кб. м.* свѣтильнаго газа.

Предполагая, что путемъ промыванія можно будетъ извлечь 20 *гр.* неочищеннаго бензола изъ 1 *кб. м.*, мы получимъ, что ежедневно добывается 50 тоннъ бензола, изъ которыхъ, въ свою очередь, можно будетъ извлечь приблизительно отъ 10 до 15 тоннъ толуола. Столь значительныя цифры позволяютъ думать, что потребности текущаго момента въ широкой мѣрѣ удовлетворены. Но промываніе свѣтильнаго газа можно будетъ осуществить не сразу, такъ какъ установка многочисленныхъ спеціальныхъ аппаратовъ можетъ быть произведена лишь постепенно.

Обратили также вниманіе на то, что и нефть можетъ служить источникомъ для добыванія бензола. Не всѣ сорта нефти подходятъ для этой цѣли. Можно пользоваться, главнымъ образомъ, лишь тѣми сортами, которые во фракціяхъ, получающихся при температурѣ отъ 80° до 150°, содержатъ ароматическіе углеводороды. Въ этомъ отношеніи нефть острова Борнео, безъ сомнѣнія, представляетъ собою очень важный продуктъ. Уже давно нѣмцы пользовались этой нефтью съ цѣлью полученія бензола, толуола, ксилоловъ и т. д. Фабрика, построенная въ Роттердамѣ, ежедневно давала нѣсколько тоннъ продукта, перегнаннаго изъ нефти Борнео.

Эти продукты перегонки не составляютъ и сотой доли необработанной нефти; они содержатъ приблизительно отъ 15% до 20% ароматическихъ углеводородовъ; остальное количество состоитъ изъ алифатическихъ углеводородовъ. При помощи послѣдовательной ректификаціи въ аппаратахъ съ колоннами удается извлечь изъ этихъ фракцій смѣси углеводородовъ, содержащія, приблизительно, отъ 60% до 70% бензола, кипящаго почти при 80°, вслѣдъ за этимъ другія смѣси, содержащія почти въ той же пропорціи толуолъ, кипящій почти при 111°, и, наконецъ, ксилолы съ точкой кипѣнія между 135° и 140°, также смѣшанныя съ соединеніями жирнаго ряда.

Однако, полученные такимъ образомъ продукты могутъ служить для полученія нитро-производныхъ ароматическихъ углеводородовъ. Въ

случаѣ, напримѣръ, продукта, содержащаго толуолъ, сначала получаютъ моно-нитротолуолъ при помощи воздѣйствія дымящейся азотной кислоты на холоду. При этомъ углеводороды жирнаго ряда не подвергаются измѣненіямъ. Для опредѣленія ихъ отъ нитрированнаго продукта прибѣгаютъ къ помощи водяныхъ паровъ, которые ихъ увлекаютъ. Остающійся мононитротолуолъ, перегнанный и высушенный, въ дальнѣйшемъ переводится въ ди- и тринитросоединеніе.

Въ Saint-Louis du Rhône основана фабрика для ректификаціи фракцій изъ нефти Борнео; ежедневно фабрика эта перегоняетъ нѣсколько тоннъ съ цѣлью извлеченія изъ получающихся продуктовъ соединеній, поддающихся нитрированію.

Можно ли надѣяться добыть углеводороды ароматическаго ряда (бензола, толуола, ксилоловъ), исходя изъ различныхъ естественныхъ продуктовъ или остатковъ, получающихся въ промышленности? Извѣстенъ способъ фабрикаціи легкихъ нефтяныхъ маселъ изъ маселъ тяжелыхъ, такъ называемый „cracking“ (расщепленіе). Фабрикамъ фирмы Standard Oil Company при примѣненіи этого способа удается получать значительное количество этихъ легкихъ маселъ. При этомъ способѣ происходятъ настоящія пирогенныя измѣненія въ химическомъ составѣ, подобныя тѣмъ, которыя были изучены Б е р т е л о (Berthelot). Способъ „cracking“, который вначалѣ примѣнялся въ грубой формѣ, давалъ сравнительно незначительное количество легкихъ маселъ. Но все возраставшее потребленіе послѣднихъ привело къ тому, что крупныя нефтяныя фирмы предприняли раціонально поставленное изслѣдованіе этого способа, и въ настоящее время мы хорошо знаемъ условія пирогеннаго разложенія тяжелыхъ маселъ нефти. Какъ можно было думать и а priori, температура и давленіе играютъ важную роль при методѣ „cracking“. Если перегонять углеводороды жирнаго ряда, обладающіе высокой точкой кипѣнія, напримѣръ, большей, чѣмъ 350°, то уже при обыкновенномъ давленіи они начинаютъ подвергаться измѣненіямъ въ своемъ химическомъ составѣ. При увеличеніи давленія точка кипѣнія этихъ углеводородовъ повышается и химическія измѣненія въ нихъ становятся болѣе глубокими. Такимъ образомъ, съ наибольшимъ успѣхомъ способъ „cracking“ можетъ быть осуществленъ при наличности болѣе высокой температуры и болѣе высокаго давленія. Но понятно, что увеличеніе давленія ограничено нѣкоторымъ предѣломъ, такъ какъ и сопротивленіе котловъ также имѣетъ свою границу, а увеличеніе температуры связано съ возрастающимъ расходомъ топлива. Наилучшіе результаты были получены при температурѣ между 500° и 700° и при давленіи отъ 4 до 6 атмосферъ. При болѣе высокихъ температурахъ начинаетъ получаться чистый углеродъ, а количество свѣтильнаго газа перегоняемыхъ продуктовъ уменьшается. Опытъ показалъ, что методъ „cracking“ представляетъ собою не что иное, какъ процессъ уменьшенія количества водорода въ соединеніяхъ, обрабатываемыхъ по этому способу.

Въ этомъ, повидимому, состоитъ, главный химическій процессъ, но послѣдній сопровождается также распаденіемъ углеводородовъ тяжелыхъ на углеводороды легкіе, а также конденсаціей, которая все время даетъ очень тяжелые продукты, весьма бѣдные водородомъ и

богатые углеродомъ; послѣднiе представляютъ собою нѣчто въ родѣ смолъ, устилающихъ въ концѣ процесса дно котловъ и препятствующихъ тому, чтобы полное превращенiе тяжелыхъ продуктовъ въ легкiе происходило въ одинъ прiемъ. По истеченiи извѣстнаго промежутка времени процессъ приходится остановить, а содержимое котловъ — подвергнуть новому нагрѣванiю въ другомъ аппаратѣ.

Бакинская нефть, какъ извѣстно, состоитъ изъ циклическихъ полиметиленовыхъ соединенiй. Если подвергнуть ее процессу „cracking", то, вслѣдствiе отнятiя водорода отъ легкихъ углеводородовъ, происходящихъ отъ расщепленiя углеводородовъ тяжелыхъ маселъ, мы должны получить бензолъ, толуолъ и ксилолы. Съ этой цѣлью въ мѣстахъ добыванiя указанной нефти были устроены соотвѣтствующiя приспособленiя. Но до настоящаго времени здѣсь не получено удовлетворительныхъ результатовъ.

Примѣненiе каталитическихъ методовъ дало бы, безъ сомнѣнiя, болѣе удовлетворительные результаты. Углеводороды освѣтительныхъ маселъ и мазутовъ Кавказа легко переходятъ въ бензолъ и его гомологи при каталитическомъ участiи нѣкоторыхъ металловъ; при фракцiонированiи можно получить смѣсь углеводородовъ ароматическихъ и неизмѣненныхъ циклическихъ гексаметиленовыхъ углеводородовъ. Эту смѣсь можно будетъ утилизировать такимъ же образомъ, какъ и нефть Борнео, такъ какъ нитрированiе коснется лишь ароматическихъ соединенiй; циклическiе метиленовые углеводороды не измѣняются при воздѣйствiи на нихъ азотной кислотой на холоду, даже при употребленiи смѣси азотной и сѣрной кислотъ.

Если каменноугольный деготь, лишенный, благодаря обыкновенной обработкѣ, своихъ непосредственно утилизируемыхъ продуктовъ, какъ-то: бензола, феноловъ, нафталина, подвергнуть каталитическому воздѣйствiю нѣкоторыхъ металловъ, то онъ снова можетъ дать извѣстное количество бензола. Эта реакцiя можетъ поднять количество добываемаго изъ дегтя бензола съ 2% до 4½%. Значенiе этой реакцiи станетъ еще болѣе понятнымъ, если мы примемъ во вниманiе, что остатки дегтя послѣ катализа можно вполнѣ утилизировать для тѣхъ цѣлей, для которыхъ онѣ предназначены.

Пользуясь этими каталитическими методами, можно будетъ значительно повысить добыванiе бензола. Но не надо забывать, что для примѣненiя этихъ методовъ на практикѣ потребуется еще много времени и повторныхъ испытанiй. Дѣло въ томъ, что температуры, при которыхъ происходитъ катализъ, часто очень высоки и приближаются къ тѣмъ, при которыхъ начинается распадъ. Отложенiе углерода на катализаторѣ есть одинъ изъ факторовъ, съ которымъ также слѣдуетъ считаться.

При помощи катализа можно получать бензолъ изъ нѣкоторыхъ естественныхъ продуктовъ. Опыты, преслѣдующiе отчасти промышленныя цѣли, позволяютъ надѣяться, что на практикѣ будутъ получаться значительныя количества очень чистыхъ ароматическихъ продуктовъ, среди которыхъ будутъ преобладать толуолъ и ксилолъ.

Подобно бензолу, толуолу и ксилоламъ (пара и мета), въ качествѣ первичныхъ продуктовъ для изготовленiя взрывчатыхъ веществъ

употребляются также фенолъ и нафталинъ. Извлеченіе фенола изъ каменноугольной смолы производится въ настоящее время во Франціи; достигли того, что получаютъ кристаллическій фенолъ, плавящійся при 38° — 40°. Промышленность еще ничего не сдѣлала для того, чтобы отдѣлить другъ отъ друга три вида крезоловъ.

Но, кромѣ этого способа полученія фенола, создана еще фабрикація синтетическаго фенола, достигающая приблизительно 40 тоннъ въ день.

Нафталинъ, превращенный въ моно- и динитронафталины, употребляется въ смѣси съ азотнокислымъ аммоніемъ для начинки снарядовъ. Это и есть взрывчатое вещество Фавье, нечувствительное къ удару, не измѣняющееся подъ вліяніемъ температуры и съ трудомъ воспламеняющееся. Вещество это, какъ и всѣ типы взрывчатыхъ веществъ Фавье, до самыхъ послѣднихъ лѣтъ употреблялось лишь въ видѣ патроновъ. Шнейдеру (Schneider) принадлежитъ идея употреблять его для начинки снарядовъ, откуда происходитъ терминъ „шнейдеритъ", который въ настоящее время примѣняется по отношенію къ смѣси нитронафталиновъ и азотнокислаго аммонія.

Понятно, что нитрированіе нафталина должно производиться лишь надъ вполнѣ чистымъ продуктомъ. Такой продуктъ и доставляется въ настоящее время во Франціи заводами, поставленными въ этомъ отношеніи въ прекрасныя условія.

Мы видимъ, какія большія усилія были сдѣланы для полученія химическихъ органическихъ продуктовъ, нужныхъ для войны; можно сказать, что и въ отношеніи неорганическихъ веществъ работа была не менѣе энергичной. Но все-таки необходимо еще дальше развить достигнутые результаты.

Дѣло въ томъ, что нужды войны поглощаютъ все производство, между тѣмъ какъ промышленность далеко не обладаетъ всѣми необходимыми для нея продуктами.

Чувствуется недостатокъ въ красящихъ веществахъ; цѣны фармацевтическихъ продуктовъ достигаютъ баснословныхъ размѣровъ; производство искусственныхъ духовъ совершенно остановилось.

Вещества, на которыя мы указали, а именно — бензолъ, толуолъ, ксилолы, фенолъ и нафталинъ, являются исходными продуктами, необходимыми также для изготовленія красящихъ веществъ и большинства фармацевтическихъ препаратовъ. Поэтому слѣдуетъ все болѣе и болѣе развивать промышленность, добывающую эти исходные продукты. Какъ бы велико ни было перепроизводство въ этой области, оно не будетъ безполезнымъ; напротивъ, оно въ самой высокой степени будетъ способствовать обновленію химической промышленности во Франціи, такъ какъ и послѣ войны въ распоряженіи страны останутся фабрики, которыя будутъ по доступной цѣнѣ доставлять исходные продукты, необходимые для развитія производства красокъ, духовъ и фармацевтическихъ продуктовъ.

ЗАДАЧИ.

Подъ редакціей проф. Е. Л. Буницкаго.

№ 355 (6 сер.). Уравненіе

$$\sin x + \cos x = \sqrt{2} \sin 2x$$

рѣшено слѣдующимъ образомъ. Представивъ данное уравненіе въ видѣ

$$\sin x + \cos x = \sqrt{2} [(\sin x + \cos x)^2 - 1],$$

опредѣлили значенія суммы $\sin x + \cos x$, а именно:

$$\sin x + \cos x = \sqrt{2}, \quad \sin x + \cos x = -\frac{1}{\sqrt{2}},$$

и подставили каждое изъ этихъ значеній суммы $\sin x + \cos x$ въ первоначальное уравненіе. Затѣмъ разрѣшили полученныя такимъ путемъ уравненія

$$\sin 2x = 1 \quad \text{и} \quad \sin 2x = -\frac{1}{2}$$

при помощи формулъ

$$x = (4n + 1) . 45^\circ, \quad x = n . 90^\circ - (-1)^n 15^\circ,$$

гдѣ n есть произвольное цѣлое число. Показать, что найденный результатъ содержитъ постороннія рѣшенія, объяснить ихъ появленіе, и дать правильное рѣшеніе предложеннаго уравненія.

В. Ревзинъ (Сумы).

№ 356 (6 сер.). Рѣшить въ цѣлыхъ числахъ уравненіе

$$18x^3y^2 - 40x^2y^2 + 18x^3 - 31x^2 + 18x - 40 = 0.$$

Н. С. (Одесса).

№ 357 (6 сер.). Вычислить площадь трапеціи $ABCD$, параллельныя стороны которой суть BC и AD, по даннымъ площадямъ q и Q треугольниковъ BOC и AOD, гдѣ O есть точка встрѣчи діагоналей трапеціи.

R.

№ 358 (6 сер.). Рѣшить уравненіе

$$(ax^2 + bx + c)^2 = x^2 (mx^2 + bx + c).$$

(Заимств.).

РѢШЕНІЯ ЗАДАЧЪ.

№ 311 (6 сер.). *Двѣ коалиціи* A *и* B *ведутъ войну между собою. Нейтральныя* n *государствъ находятся въ нерѣшительности, при чемъ дано, что* p *изъ нихъ навѣрно не присоединятся къ коалиціи* A, *а другія* k *навѣрно не присоединятся къ коалиціи* B. *Сколько новыхъ положеній можетъ оказаться въ этой войнѣ въ зависимости отъ поведенія* n *вышеупомянутыхъ государствъ?*

Каждое изъ p государствъ, которыя по условію не присоединятся къ коалиціи A, можетъ либо остаться нейтральнымъ, либо присоединиться къ коалиціи B, и каждая изъ этихъ двухъ возможностей создаетъ новое положеніе въ разсматриваемой войнѣ, а потому всевозможныя комбинаціи каждой изъ этихъ двухъ возможностей для каждаго изъ упомянутыхъ p государствъ создаетъ 2^p новыхъ положеній, такъ какъ нейтральность каждаго изъ нихъ можетъ комбинироваться съ присоединеніемъ каждаго изъ нихъ къ коалиціи B. Подобнымъ же образомъ комбинаціи нейтральности каждаго изъ k государствъ, которыя навѣрно не присоединятся къ коалиціи B, или же присоединенія каждаго изъ нихъ къ коалиціи A создаютъ 2^k новыхъ положеній. Для каждаго же изъ остальныхъ $n-p-k$ государствъ представляются три возможности: оставаться нейтральнымъ, выступить на сторонѣ коалиціи A, или же выступить на сторонѣ коалиціи B, и комбинаціи каждой изъ этихъ трехъ возможностей для каждаго изъ этихъ $n-p-k$ государствъ создаютъ 3^{n-p-k} различныхъ новыхъ положеній. Комбинируя 2^p различныхъ возможностей для p государствъ первой группы съ каждой изъ 2^k возможностей второй группы, а также съ каждой изъ 3^{n-p-k} возможностей, находимъ, что число всѣхъ различныхъ новыхъ положеній, — включая и невмѣшательство въ войну всѣхъ n государствъ, — равно $2^p \cdot 2^k \cdot 3^{n-p-k}$, т.-е. $2^{p+k} \cdot 3^{n-p-k}$; если же интересоваться лишь существенно новыми съ военной точки зрѣнія положеніями, то, исключивъ случай нейтральности всѣхъ n государствъ, находимъ, что число возможныхъ новыхъ положеній равно $2^{p+k} \cdot 3^{n-p-k} - 1$.

М. Шебаршинъ (Дѣйствующая армія); *Г. Михневичъ* (Одесса); *В. Поповъ* (Валки).

Опечатки.

1) Въ условіи задачи **№ 287** (6 сер.) въ № 641 — 642 «Вѣстника» вмѣсто $-\sqrt[3]{2(x-1)}$ слѣдуетъ читать $+\sqrt[3]{2(x-1)}$.

2) Въ условіи задачи **№ 349** (6 сер.) въ № 663 «Вѣстника» вмѣсто $= -f(x, y)$ слѣдуетъ читать $= -f(y, x)$.

3) Въ рѣшеніи задачи **№ 310** (6 сер.) въ № 664 — 665 «Вѣстника» на стр. 120 вмѣсто № 301 слѣдуетъ читать № 310.

Редакторъ прив.-доц. В. Ф. Каганъ. Издатель В. А. Гернетъ.

Дозволено военной цензурой.

Типографія „Техникъ"—Одесса, Екатерининская, 58.